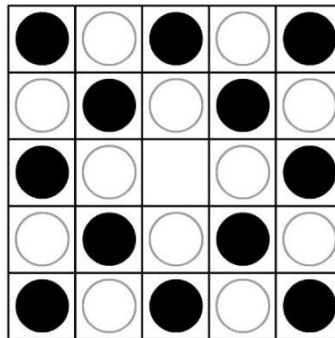


11 魯斯偉特棋…黑與白的對抗

兩人對奕，有限回合就會結束，而且一定可以分出勝負的遊戲稱為零和遊戲。零和遊戲最刺激，也最有挑戰性，它的輸贏往往跟玩者的數學素養（包括邏輯推理）好壞有很大的關係。魯斯偉特棋就是一道兩人對奕的零和遊戲，它曾經是數學奧林匹克競賽(IMO)的備選題。

魯斯偉特棋的棋盤很簡單，是規格大小為 5×5 的正方格，除了中間空白格外，剩下的二十四格分別放入 12 顆白棋與 12 顆黑棋，如下圖所示：



魯斯偉特棋的遊戲規格：

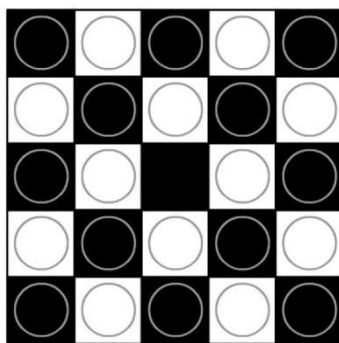
- (1) 甲、乙兩人輪流移動棋子，甲移動白棋，乙移動黑棋。
- (2) 每人必須把它的一顆棋子左右或上下移動一格，讓棋子進入空白格子內（此時空白格子會變動）。
- (3) 無法移動棋子的人算輸。

關於魯斯偉特棋，解決以下兩個問題：

- (1) 魯斯偉特棋是否為零和遊戲？（提示：將棋盤塗成西洋棋盤的形式來考慮）
 - (2) 甲或乙有必勝策略，這策略又是什麼呢？
-

在思考魯斯偉特棋的這兩道問題之前，不妨想想看，從以前至今，玩過或遇過有限回合就會

分出勝負的零合遊戲嗎？大家耳熟能詳的兩人猜拳，五子棋，象棋與圍棋是零合遊戲嗎？為了進一步瞭解魯斯偉特棋，將棋盤底色塗成黑白相間的西洋棋盤形式，如下圖所示：



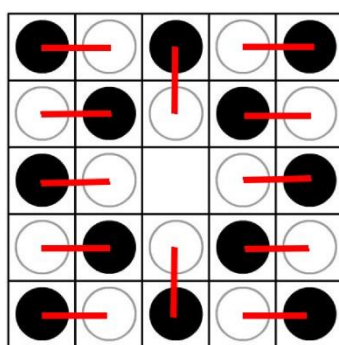
此時白子在白色方格內，而黑子在黑色方格內。

首先，利用上圖說明魯斯偉特棋是一種零和遊戲。

因為持白子的甲先移動，所以甲都會將白色方格內的白子移動到黑色方格內（注意：此時這顆落在黑色方格的白子變成死棋，也就是不可能再被甲移動的棋子），而乙則將黑色方格內的黑子移動到白色方格內（同樣：落在白色方格的黑子也變成了死棋）。因為白色方格內的白子只有 12 顆，所以甲或乙最多只能移動 12 次，之後就無法移動了，也就是說，有一方會輸，即魯斯偉特棋是一種零和遊戲。

接下來，我們證明：後玩的乙有必勝的策略。

拿出紅筆將黑白相鄰的棋子綁在一起分堆，共 12 堆，如下圖所示：



當先玩的甲移動白子時，因為空格剛好落在這白子所在的格子，所以後玩的乙一定可以移動跟此白子綁在一塊的黑子，將它移動至那個空白格內。這告訴我們：只要甲能移動，乙就能跟著移動，但這遊戲有限回合（12 回合）就會結束，一定有勝負。因此，只要後玩的乙跟著分堆的配對玩，先玩的甲會輸。